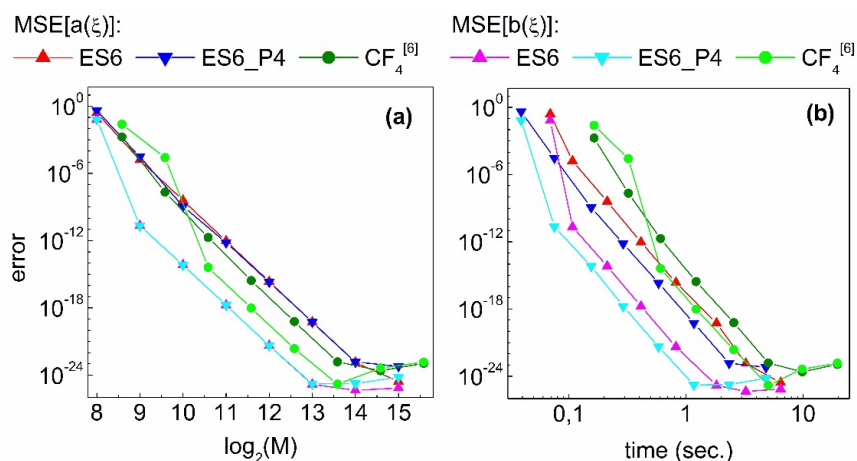




## НОВЫЕ ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ПРЯМОЙ ЗАДАЧИ ЗАХАРОВА-ШАБАТА В МЕТОДЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ РАССЕЙНИЯ

Авторы: д.ф.-м.н. Медведев С.Б.,  
к.ф.-м.н. Васева И.А.,  
к.ф.-м.н. Чеховской И.С.,  
академик РАН Федорук М.П.



Численная реализация метода обратной задачи рассеяния (ОЗР) привлекла особое внимание после того, как было предложено использовать солитоны в качестве носителей информации. Использование солитонов позволит компенсировать нелинейные искажения сигнала и выйти за пределы ограничений линейных методов передачи данных. Чтобы правильно описывать и анализировать структуру сложных многосолитонных сигналов, необходимы более точные и быстрые численные методы. Авторами разработаны новые эффективные методы повышенного порядка точности для численного решения прямой задачи Захарова-Шабата, которая является составной частью метода ОЗР. Методы позволят осуществлять более точные реалистичные расчеты при построении телекоммуникационных систем передачи данных, основанных на солитонных сигналах.

Сравнение предложенных авторами схем ES6, ES6\_P4 и схемы CF4[6] [S. Chimmalgi et al Fast nonlinear Fourier transform algorithms using higher order exponential integrators // IEEEAccess. 2019. Vol. 7].

Погрешность (MSE) вычисления коэффициентов рассеяния а и б в зависимости от (а) числа точек М, в которых задан исходный сигнал; (б) времени расчета.

- Публикации: 1. Medvedev, S., Chekhovskoy, I., Vaseva I., Fedoruk M. Fast sixth-order algorithm based on the generalized Cayley transform for the Zakharov-Shabat system associated with nonlinear Schrodinger equation // J. Comput. Phys. 2022. Vol. 448, 110764. (Q1) IF 3.553  
2. I. Chekhovskoy, S.B. Medvedev, I.A. Vaseva, E.V. Sedov, M.P. Fedoruk, Introducing phase jump tracking - a fast method for eigenvalue evaluation of the direct Zakharov-Shabat problem // Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul. 2021. Vol. 96, 105718. (Q1) IF 4.26  
3. Medvedev S., Chekhovskoy I., Vaseva I., Fedoruk M. Conservative multi-exponential scheme for solving the direct Zakharov-Shabat scattering problem // Opt. Lett. 2020. Vol.45(7). (Q1) IF 3.776  
4. Medvedev S., Vaseva I., Chekhovskoy I., Fedoruk M. Exponential fourth order schemes for direct Zakharov-Shabat problem // Opt. Express. 2020. Vol.28(1). (Q1) IF 3.894  
5. Medvedev S., Vaseva I., Chekhovskoy I., Fedoruk M. Numerical algorithm with fourth-order accuracy for the direct Zakharov-Shabat problem // Optics Letters. 2019. Vol.44(9). (Q1) IF 3.776

## НОВЫЕ ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ПРЯМОЙ ЗАДАЧИ ЗАХАРОВА-ШАБАТА В МЕТОДЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ РАССЕЯНИЯ

**АВТОРЫ:** д.ф.-м.н. Медведев С.Б., к.ф.-м.н. Васева И.А., д.ф.-м.н., академик Федорук М.П.

Объектом исследования является прямая спектральная задача Захарова-Шабата (ЗШ), являющаяся составной частью метода обратной задачи рассеяния (ОЗР) для решения нелинейных уравнений Шрёдингера (НУШ).

В 1971 году ЗШ показали, что методом ОЗР может быть проинтегрировано НУШ. НУШ широко применяется, в частности, в телекоммуникационных приложениях, поскольку позволяет описывать распространение импульсов в оптоволокне. Численная реализация метода ОЗР привлекла особое внимание после того, как было предложено использовать солитонные решения НУШ в качестве носителей информации. Известно, что нелинейные эффекты ограничивают скорость и дальность передачи данных в современной волоконно-оптической связи. Использование солитонов позволит компенсировать нелинейные искажения сигнала и выйти за пределы ограничений линейных методов передачи данных. Также недавно было предложено использовать задачу ЗШ для поиска когерентных структур в диссипативных системах.

В настоящее время повышение точности и эффективности вычислительных методов для решения прямой задачи ЗШ остается актуальной проблемой. В частности, важно увеличить порядок аппроксимации методов, особенно в задачах, где необходимо анализировать структуру сложных сигналов. Кроме того, при решении прямой задачи ЗШ для большого числа значений спектрального параметра необходимы так называемые «быстрые методы». Важным свойством системы ЗШ является сохранение квадратичного инварианта системы для действительного спектрального параметра. Вычислительные схемы для решения задачи ЗШ также должны обладать этим свойством, то есть являться консервативными. Поскольку интегрирование происходит на большой области, то сохранение квадратичного инварианта должно быть точным.

В ходе работ задействованы методы численного анализа, теории функций комплексного переменного, методы быстрых вычислений.

Сущность результата заключается в новых эффективных методах повышенного порядка точности, сохраняющих квадратичный инвариант, для численного решения прямой задачи ЗШ.

Было построено семейство консервативных одношаговых схем четвертого и шестого порядка для системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка с коэффициентами, зависящими от времени и спектрального параметра. Одна из схем четвертого порядка, в виде произведения трех экспонент, удобна для реализации быстрого алгоритма и сохраняет квадратичный инвариант даже в быстром варианте. На основе диагональной аппроксимации Паде были построены консервативные схемы шестого порядка точности, допускающие использование быстрых алгоритмов. Проведено численное исследование предложенных схем, а именно, проверена точность аппроксимации и сохранение квадратичного инварианта для системы ЗШ. Численные эксперименты показали высокую точность и эффективность разработанных схем по сравнению с существующими аналогами. Предложен новый метод нахождения дискретных собственных значений для прямой задачи ЗШ, основанный на перемещении в комплексной плоскости по скачкам аргумента коэффициента рассеяния  $a$ , локализация которых не требует большой точности. Метод показывает значительное преимущество перед другими методами при вычислении большого дискретного спектра как по скорости, так и по точности.

Значимость результата подтверждается публикациями в высокорейтинговых научных журналах.

Область применения: предложенные методы будут полезны для более точных реалистичных расчетов при построении телекоммуникационных систем передачи данных, основанных на солитонных решениях НУШ.

## **ПУБЛИКАЦИИ**

1. Medvedev, S., Chekhovskoy, I., Vaseva I., Fedoruk M. Fast sixth-order algorithm based on the generalized Cayley transform for the Zakharov-Shabat system associated with nonlinear Schrodinger equation // Journal of Computational Physics, Vol. 448, 2022, 110764.
2. I. Chekhovskoy, S.B. Medvedev, I.A. Vaseva, E.V. Sedov, M.P. Fedoruk, Introducing phase jump tracking - a fast method for eigenvalue evaluation of the direct Zakharov-Shabat problem, Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, Vol. 96, 2021, 105718.
3. Medvedev S., Chekhovskoy I., Vaseva I., Fedoruk M. Conservative multi-exponential scheme for solving the direct Zakharov-Shabat scattering problem // Optics Letters. - 2020. - Vol.45. - Iss. 7. - P.2082-2085.
4. Medvedev S., Vaseva I., Chekhovskoy I., Fedoruk M. Exponential fourth order schemes for direct Zakharov-Shabat problem // Optics Express. - 2020. - Vol.28. - Iss. 1. - P.20-39.
5. Medvedev S., Vaseva I., Chekhovskoy I., Fedoruk M. Numerical algorithm with fourth-order accuracy for the direct Zakharov-Shabat problem // Optics Letters. - 2019. - Vol.44. - Iss. 9. - P.2264-2267.